الأعداد الجذرية

1- تقديم ومقارنة الأعداد الجذرية

أ- العدد الجدري

تعريف

العدد الجذري هو خارج عدد صحيح نسبي على عدد صحيح نسبي غير منعدم

بتعبير اخر

يرمز لخارج العدد الصحيح النسبي a على العدد الصحيح النسبي الغير منعدم b

بالرمز : $\frac{a}{b}$ حيث : a يسمى البسط و b يسمى المقام

مثال

الأعداد الآتية هي أعداد جذرية : $\frac{-2}{3}$ و $\frac{-5}{-4}$ و $\frac{23}{-7}$ و $\frac{11}{2}$

ملاحظة

كل عدد عشري نسبي هو عدد جذري

أمثلة

$3,41=\frac{341}{100}$,, $12=\frac{12}{1}$,, $-2,6=\frac{-26}{10}$

ب- إشارة عدد جدري

قاعدة

يكون عدد جذري $\frac{a}{b}$ موجبا إذا كان للعددين a و b نفس الإشارة . يكون عدد جذري $\frac{a}{b}$ سالبا إذا كان للعددين a و b إشارتين مختلفتين.

مثال

$\frac{-7}{-9}$ و $\frac{11}{3}$ عددان جذريان موجبان

$\frac{-8}{5}$ و $\frac{3}{-5}$ عددان جذريان سالبان

ج- تساوي عددين جدريين

خاصية1

$\frac{x}{y}$ و $\frac{a}{b}$ عددان جذريان

$\frac{a}{b}=\frac{x}{y}$ يعني أن : $a\times y = b\times x$

مثال

لنقارن العددين الجذريين : $\frac{-8}{6}$ و $\frac{4}{-3}$

لدينا : $\left.\begin{matrix} -8\times(-3) = 24 \\ 6\times 4 = 24 \end{matrix}\right\}$ يعني أن $-8\times(-3) = 6\times 4$

و منه فإن : $\frac{-8}{6}=\frac{4}{-3}$

خاصية2

$\frac{a}{b}$ عدد جذري و m وn عددين صحيحين نسبيين غير منعدمين

$\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}} = \frac{a \times n}{\mathbf{b} \times \mathbf{n}}$,, $\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}} = \frac{a \div m}{\mathbf{b} \div \mathbf{m}}$

أمثلة

$$\frac{2}{7} = \frac{2 \times (-3)}{7 \times (-3)} = \frac{-6}{21}$$

2- العمليات على الأعداد الجذرية

أ- جمع وفرق عددين جذريين

قاعدة1

لحساب مجموع (أو فرق) عددين جذريين لهما نفس المقام , نحسب مجموع (أو فرق) بسطيهما مع الاحتفاظ بالمقام المشترك.

أمثلة

$$\frac{11}{5}+\left(\frac{-7}{5}\right)=\frac{11+(-7)}{5}=\frac{4}{5}$$

$$\frac{27}{9}-\frac{19}{9}=\frac{27-19}{9}=\frac{8}{9}$$

قاعدة2

لحساب مجموع (أو فرق) عددين جذريين مقام أحدهما مضاعف لمقام الآخر, نقوم بتوحيد مقاميهما ثم نحسب مجموعهما (أوفرقهما) حسب القاعدة 1 السابقة.

أمثلة

$$\left(\frac{-5}{7}\right)+\frac{11}{21}=\left(\frac{-15}{21}\right)+\frac{11}{21}=\frac{(-15)+11}{21}=\frac{-4}{21}$$

$$\left(\frac{-13}{3}\right)-\frac{7}{9}=\left(\frac{-39}{9}\right)-\frac{7}{9}=\frac{(-39)-7}{9}=\frac{-46}{9}$$

قاعدة3

$\frac{c}{d}$ و $\frac{a}{b}$ عددان جذريان

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad}{bd}+\frac{bc}{bd}=\frac{ad+bc}{bd}$$ و $$\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{ad}{bd}-\frac{bc}{bd}=\frac{ad-bc}{bd}$$

أمثلة

$$\frac{3}{5}+\left(\frac{-4}{3}\right)=\frac{3\times3+(-4)\times5}{5\times3}=\frac{9+(-20)}{15}=\frac{-11}{15}$$

$$\left(\frac{-13}{3}\right)-\frac{7}{2}=\frac{(-13)\times2-7\times3}{3\times2}=\frac{(-26)-21}{6}=\frac{-47}{6}$$

ب- جداء عددين جذريين

قاعدة

جداء عددين جذريين هو عدد جذري مقامه هو جداء المقامين وبسطه هو جداء البسطين.

$$\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}$$

أمثلة

$$\frac{11}{5}\times\left(\frac{-7}{2}\right)=\frac{11\times(-7)}{5\times 2}=\frac{-77}{10}$$

$$\left(\frac{-13}{22}\right)\times(-9)=\frac{13\times 9}{22\times 1}=\frac{117}{22}$$

$$1,5\times\frac{3}{7}=\frac{15}{10}\times\frac{3}{7}=\frac{15\times 3}{10\times 7}=\frac{45}{70}$$

ج- خارج عددين جدريين

تعريف

a عدد جذري غير منعدم .

نرمز له بالرمز a^{-1} و نكتب : $a^{-1}=\frac{1}{a}$ مقلـوب العدد a هو العدد $\frac{1}{a}$

مثال

مقلـوب العدد الجذري $\frac{4}{9}$ هو : $\left(\frac{4}{9}\right)^{-1}=\frac{1}{\frac{4}{9}}=\frac{9}{4}$

خاصية

$\frac{c}{d}$ و $\frac{a}{b}$ عددان جذريان بحيث : $\frac{c}{d}\neq 0$

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}=\frac{a\times d}{b\times c}$$

أمثلة

اشارة هذه القوة $(-3)^8$ موجبة

اشارة هذه القوة $(-5.7)^5$ سالبة

ج- خصائص القوى

b و a عددان جذريان غير منعدمين .

n وm عددان صحيحان نسبيان .

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$a^n \times b^n = (ab)^n$$

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

$$\left(a^n\right)^m = a^{n \times m}$$

امثلة

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^{11}\left(-\frac{2}{3}\right)^{53} = \left(-\frac{2}{3}\right)^{11+53} = \left(-\frac{2}{3}\right)^{64}$$

$$\left(\frac{-5}{3}\right)^4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \left(\frac{-5}{3} \times \frac{1}{2}\right)^4 = \left(\frac{-5}{6}\right)^4$$

$$\frac{\left(\frac{2}{7}\right)^6}{\left(\frac{3}{5}\right)^6} = \left(\frac{\frac{2}{7}}{\frac{3}{5}}\right)^6 = \left(\frac{2}{7} \times \frac{5}{3}\right)^6 = \left(\frac{10}{21}\right)^6$$

$$\frac{22^5}{22^{12}} = 22^{5-22} = 22^{-17} = \frac{1}{22^{17}}$$

$$\left[\left(\frac{5}{7}\right)^5\right]^{-3} = \left(\frac{5}{7}\right)^{5\times(-3)} \left(\frac{5}{7}\right)^{-15} = \left(\frac{7}{5}\right)^{15}$$

د- قوى العدد 10

قاعدة

n عدد صحيح طبيعي

$10^n = 1000..............0$

n من الاصفار

$10^{-n} = 0,000...........01$

n من الاصفار

أمثلة

$10^5 = 100000$

$10^{-5} = 0,00001$

ت-الكتابة العلمية

تعريف

- الكتابة العلمية لعدد عشري موجب هي كتابته على شكل:

$a \times 10^n$ حيث: n عدد صحيح نسبي و a عدد عشري حيث :

$1 \leq a < 10$

- الكتابة العلمية لعدد عشري نسبي سالب هي كتابته على شكل:

$-a \times 10^n$ حيث n عدد صحيح نسبي و a عدد عشري بحيث :

$1 \leq a < 10$

أمثلة

$2650000 = 2,65 \times 10^6$

$-2650000 = -2,65 \times 10^6$

$0,00026 = 2,6 \times 10^{-4}$

مثال

$$\frac{\frac{3}{5}}{\frac{7}{2}}=\frac{3}{5}\times\frac{2}{7}=\frac{3\times2}{5\times7}=\frac{6}{35}$$

3- القوى

أ- قوة عدد جذري

تعريف

إذا كان x عددا جذريا و n عددا صحيحا طبيعيا غير منعدم فإن :



أمثلة

$\left(\frac{2}{3}\right)^3$; $(-4)^5$;$\left(\frac{12}{5}\right)^2$

ملاحظة

n عدد صحيح طبيعي و a عدد جذري غير منعدم

$$a^{-n}=\frac{1}{a^n}$$

أمثلة

$15^{-2}=\frac{15}{15^2}$

$\left(\frac{2}{3}\right)^{-4}=\left(\frac{3}{2}\right)^4$

ب-اشارة عدد جذري

قاعدة

تكون إشارة قوة عدد جدري سالبة إذا كان الأساس سالبا و الأس فرديا، وتكون موجبة في جميع الحالات الأخرى